

# 第十届蓝桥杯大赛软件类决赛

C/C++ 大学 B 组

## 【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

**结果填空题：**要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不要求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

**程序设计题：**要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

**注意：**在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

**注意：**main 函数结束必须返回 0

**注意：**所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

## 试题 A: 平方序列

本题总分: 5 分

### 【问题描述】

小明想找到两个正整数  $X$  和  $Y$ , 满足

- $2019 < X < Y$ ;
- $2019^2, X^2, Y^2$  组成等差数列。

请你求出在所有的解中,  $X + Y$  的最小值是多少?

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题, 你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数, 在提交答案时只填写这个整数, 填写多余的内容将无法得分。

## 试题 B: 质数拆分

本题总分: 5 分

### 【问题描述】

将 2019 拆分为若干个两两不同的质数之和，一共有多少种不同的方法？

注意交换顺序视为同一种方法，例如  $2 + 2017 = 2019$  与  $2017 + 2 = 2019$  视为同一种方法。

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

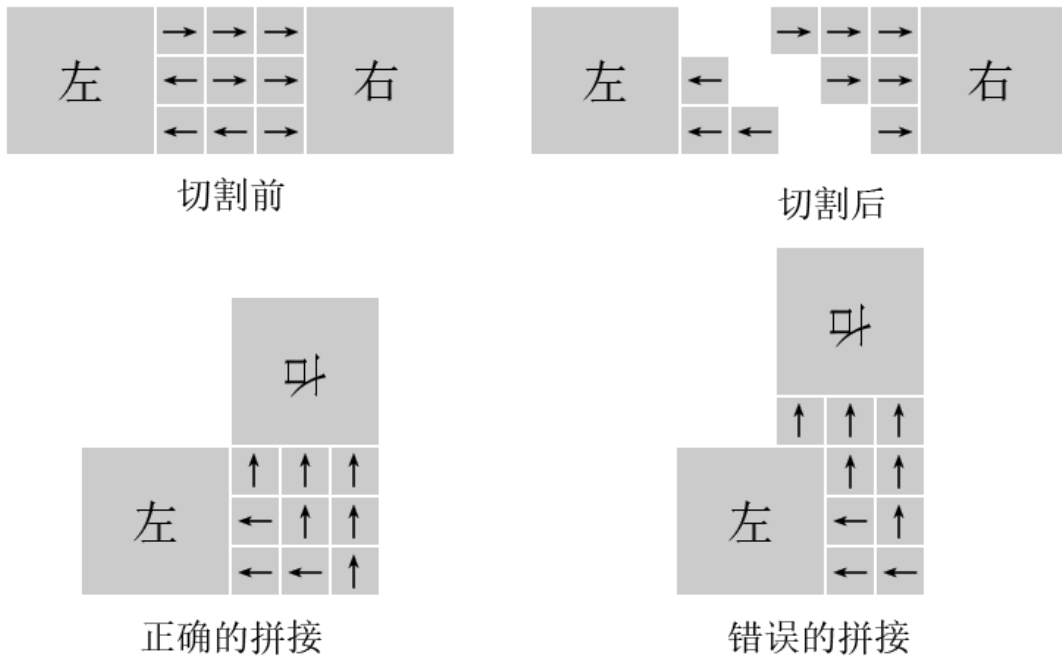
## 试题 C: 拼接

本题总分：10 分

### 【问题描述】

小明要把一根木头切成两段，然后拼接成一个直角。

如下图所示，他把中间部分分成了  $n \times n$  的小正方形，他标记了每个小正方形属于左边还是右边。然后沿两边的分界线将木头切断，将右边旋转向上后拼接在一起。



要求每个小正方形都正好属于左边或右边，而且同一边的必须是连通的。在拼接时，拼接的部位必须保持在原来大正方形里面。

请问，对于  $7 \times 7$  的小正方形，有多少种合法的划分小正方形的方式。

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 D: 求值

本题总分：10 分

### 【问题描述】

学习了约数后，小明对于约数很好奇，他发现，给定一个正整数  $t$ ，总是可以找到含有  $t$  个约数的整数。小明对于含有  $t$  个约数的最小数非常感兴趣，并把它定义为  $S_t$ 。

例如  $S_1 = 1, S_2 = 2, S_3 = 4, S_4 = 6, \dots$ 。

现在小明想知道，当  $t = 100$  时， $S_t$  是多少？即  $S_{100}$  是多少？

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 E: 路径计数

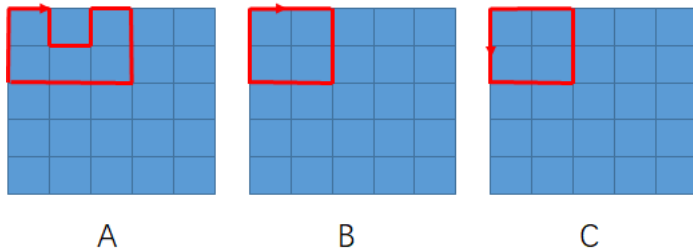
本题总分：15 分

### 【问题描述】

从一个  $5 \times 5$  的方格矩阵的左上角出发，沿着方格的边走，满足以下条件的路线有多少种？

- 总长度不超过 12；
- 最后回到左上角；
- 路线不自交；
- 不走出  $5 \times 5$  的方格矩阵范围之外。

如下图所示，ABC 是三种合法的路线。注意 B 和 C 由于方向不同，所以视为不同的路线。



### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 F: 最优包含

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

我们称一个字符串  $S$  包含字符串  $T$  是指  $T$  是  $S$  的一个子序列, 即可以从字符串  $S$  中抽出若干个字符, 它们按原来的顺序组合成一个新的字符串与  $T$  完全一样。

给定两个字符串  $S$  和  $T$ , 请问最少修改  $S$  中的多少个字符, 能使  $S$  包含  $T$  ?

### 【输入格式】

输入两行, 每行一个字符串。第一行的字符串为  $S$ , 第二行的字符串为  $T$ 。两个字符串均非空而且只包含大写英文字母。

### 【输出格式】

输出一个整数, 表示答案。

### 【样例输入】

```
ABCDEABCD  
XAABZ
```

### 【样例输出】

```
3
```

### 【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例,  $1 \leq |T| \leq |S| \leq 20$ ;

对于 40% 的评测用例,  $1 \leq |T| \leq |S| \leq 100$ ;

对于所有评测用例,  $1 \leq |T| \leq |S| \leq 1000$ 。

## 试题 G: 排列数

时间限制: 3.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

在一个排列中，一个折点是指排列中的一个元素，它同时小于两边的元素，或者同时大于两边的元素。

对于一个  $1 \sim n$  的排列，如果可以将这个排列中包含  $t$  个折点，则它称为一个  $t + 1$  单调序列。

例如，排列  $(1, 4, 2, 3)$  是一个 3 单调序列，其中 4 和 2 都是折点。

给定  $n$  和  $k$ ，请问  $1 \sim n$  的所有排列中有多少个  $k$  单调队列？

### 【输入格式】

输入一行包含两个整数  $n, k$ 。

### 【输出格式】

输出一个整数，表示答案。答案可能很大，你可需要输出满足条件的排列数量除以 123456 的余数即可。

### 【样例输入】

4 2

### 【样例输出】

12

### 【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 10$ ；

对于 40% 的评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 20$ ；



对于 60% 的评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 100$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 500$ 。

## 试题 H: 解谜游戏

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】



小明正在玩一款解谜游戏。谜题由 24 根塑料棒组成，其中黄色塑料棒 4 根，红色 8 根，绿色 12 根 (后面用 Y 表示黄色、R 表示红色、G 表示绿色)。初始时这些塑料棒排成三圈，如上图所示，外圈 12 根，中圈 8 根，内圈 4 根。

小明可以进行三种操作：

1. 将三圈塑料棒都顺时针旋转一个单位。例如当前外圈从 0 点位置开始顺时针依次是 YRYGRYGRGGGG，中圈是 RGRGRRY，内圈是 GGGR。那么顺时针旋转一次之后，外圈、中圈、内圈依次变为：GYRYGRYGRGGG、YRGRGRR 和 RGGG。

2. 将三圈塑料棒都逆时针旋转一个单位。例如当前外圈从 0 点位置开始顺时针依次是 YRYGRYGRGGGG，中圈是 RGRGRRY，内圈是 GGGR。那么逆时针旋转一次之后，外圈、中圈、内圈依次变为：RYGRYGRGGGGY、GRGRRYR 和 GGRG

3. 将三圈 0 点位置的塑料棒做一个轮换。具体来说：外圈 0 点塑料棒移动到内圈 0 点，内圈 0 点移动到中圈 0 点，中圈 0 点移动到外圈 0 点。例如当前外圈从 0 点位置开始顺时针依次是 YRYGRYGRGGGG，中圈是 RGRGRRY，内圈是 GGGR。那么轮换一次之后，外圈、中圈、内圈依次变为：RRYGRYGRGGGG、GGRGRRY 和 YGGR。

小明的目标是把所有绿色移动到外圈、所有红色移动中圈、所有黄色移动到内圈。给定初始状态，请你判断小明是否可以达成目标？

### 【输入格式】

第一行包含一个整数  $T$ ，代表询问的组数。 $(1 \leq T \leq 100)$ 。

每组询问包含 3 行：

第一行包含 12 个大写字母，代表外圈从 0 点位置开始顺时针每个塑料棒的颜色。

第二行包含 8 个大写字母，代表中圈从 0 点位置开始顺时针每个塑料棒的颜色。

第三行包含 4 个大写字母，代表内圈从 0 点位置开始顺时针每个塑料棒的颜色。

### 【输出格式】

对于每组询问，输出一行 YES 或者 NO，代表小明是否可以达成目标。

**【样例输入】**

```
2
GYGGGGGGGGGG
RGRRRRRR
YRYY
YGGRRRRGGGY
YGGRRRR
YGGG
```

**【样例输出】**

```
YES
NO
```

## 试题 I: 第八大奇迹

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

在一条 R 河流域，繁衍着一个古老的名族 Z。他们世代沿河而居，也在河边发展出了璀璨的文明。

Z 族在 R 河沿岸修建了很多建筑，最近，他们热衷攀比起来。他们总是在比谁的建筑建得最奇特。

幸好 Z 族人对奇特的理解都差不多，他们很快给每栋建筑都打了分，这样评选谁最奇特就轻而易举了。

于是，根据分值，大家很快评出了最奇特的建筑，称为大奇迹。

后来他们又陆续评选了第二奇特、第二奇特、……、第七奇特的建筑，依次称为第二大奇迹、第三大奇迹、……、第七大奇迹。

最近，他们开始评选第八奇特的建筑，准备命名为第八大奇迹。

在评选中，他们遇到了一些问题。

首先，Z 族一直在发展，有的建筑被拆除又建了新的建筑，新建筑的奇特值和原建筑不一样，这使得评选不那么容易了。

其次，Z 族的每个人所生活的范围可能不一样，他们见过的建筑并不是所有的建筑，他们坚持他们自己所看到的第八奇特的建筑就是第八大奇迹。

Z 族首领最近很头疼这个问题，他害怕因为意见不一致导致 Z 族发生分歧。他找到你，他想先了解一下，民众自己认为的奇迹是怎样的。

现在告诉在 R 河周边的建筑的变化情况，以及在变化过程中一些人的生活范围，请编程求出每个人认为的第八大奇迹的奇特值是多少。

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个整数  $L, N$ ，分别表示河流的长度和要你处理的信息的数量。开始时河流沿岸没有建筑，或者说所有的奇特值为 0。

接下来  $N$  行，每行一条你要处理的信息。

如果信息为  $C\ p\ x$ ，表示流域中第  $p$  个位置 ( $1 \leq p \leq L$ ) 建立了一个建筑，其奇特值为  $x$ 。如果这个位置原来有建筑，原来的建筑会被拆除。

如果信息为  $Q\ a\ b$ ，表示有个人生活的范围是河流的第  $a$  到  $b$  个位置（包含  $a$  和  $b$ ， $a \leq b$ ），这时你要算出这个区间的第八大奇迹的奇特值，并输出。如果找不到第八大奇迹，输出 0。

### 【输出格式】

对于每个为  $Q$  的信息，你需要输出一个整数，表示区间中第八大奇迹的奇特值。

### 【样例输入】

```
10 15
C 1 10
C 2 20
C 3 30
C 4 40
C 5 50
C 6 60
C 7 70
C 8 80
C 9 90
C 10 100
Q 1 2
Q 1 10
Q 1 8
C 10 1
Q 1 10
```

### 【样例输出】

```
0
30
```

10

20

**【评测用例规模与约定】**

对于 20% 的评测用例， $1 \leq L \leq 1000$ ,  $1 \leq N \leq 1000$ 。

对于 40% 的评测用例， $1 \leq L \leq 10000$ ,  $1 \leq N \leq 10000$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq L \leq 100000$ ,  $1 \leq N \leq 100000$ 。所有奇特值为不超过  $10^9$  的非负整数。

## 试题 J: 燃烧权杖

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

小 C 最近迷上了一款游戏。现在, 在游戏中, 小 C 有一个英雄, 生命值为  $x$ ; 敌人也有一个英雄, 生命值为  $y$ 。除此以外, 还有  $k$  个士兵, 生命值分别为  $a_1、a_2、\dots、a_k$ 。

现在小 C 打算使用一个叫做“燃烧权杖”的技能。“燃烧权杖”会每次等概率随机选择一个活着的角色 (英雄或士兵), 扣减其 10 点生命值, 然后如果该角色的生命值小于或等于 0, 则该角色死亡, 不会再被“燃烧权杖”选中。“燃烧权杖”会重复做上述操作, 直至任意一名英雄死亡。

小 C 想知道使用“燃烧权杖”后敌方英雄死亡 (即, 小 C 的英雄存活) 的概率。为了避免精度误差, 你只需要输出答案模一个质数  $p$  的结果, 具体见输出格式。

### 【输入格式】

输入包含多组数据。

输入第一行包含一个正整数  $T$ , 表示数据组数。

接下来  $T$  组, 每组数据第一行包含四个非负整数  $x、y、p、k$ , 分别表示小 C 的英雄的生命值、敌方英雄的生命值, 模数和士兵个数。

第二行包含  $k$  个正整数  $a_1、a_2、\dots、a_k$ , 分别表示每个士兵的生命值。

### 【输出格式】

对于每组数据, 输出一行一个非负整数, 表示答案模质数  $p$  的余数。

可以证明, 答案一定为有理数。设答案为  $a/b$  ( $a$  和  $b$  为互质的正整数), 你输出的数为  $x$ , 则你需要保证  $a$  与  $bx$  模  $p$  同余; 也即,  $x = (a \cdot b^{-1}) \bmod p$ , 其中  $b^{-1}$  表示  $b$  模  $p$  的逆元,  $\bmod$  为取模运算。



### 【样例输入】

```
6
1 10 101 0

100 1 101 0

50 30 4903 2
1 1
987 654 233 1
321
1000000000 999999999 233 3
1 2 3
1000000000 999999999 3 3
1 2 3
```

### 【样例输出】

```
51
37
1035
118
117
2
```

### 【样例说明】

对于第一组数据，所求概率即为“燃烧权杖”第一次就扣减敌方英雄 10 点生命值的概率，即  $1/2$ 。 $2 \times 51$  模 101 余 1。

对于第二组数据，答案为  $1023/1024$ ， $1024 \times 37$  与 1023 模 101 同余。

对于第三组数据，答案为  $99/128$ 。

### 【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $x, y, a_1, \dots, a_k \leq 10$ 。

对于 20% 的评测用例,  $x, y, a_1, \dots, a_k \leq 100$ 。

对于 50% 的评测用例,  $x, y, a_1, \dots, a_k \leq 1000$ 。

另有 10% 的评测用例,  $p = 3$ 。

另有 20% 的评测用例,  $p \leq 100$ 。

对于全部评测用例,  $1 \leq x, y, a_1, \dots, a_k \leq 10^9$ ,  $3 \leq p \leq 10000$  且  $p$  为质数,  $0 \leq k \leq 10$ 。