

第十一届蓝桥杯大赛软件类决赛

C/C++ 大学 B 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

试题 A: 美丽的 2

本题总分: 5 分

【问题描述】

小蓝特别喜欢 2，今年是公元 2020 年，他特别高兴。

他很好奇，在公元 1 年到公元 2020 年（包含）中，有多少个年份的数位中包含数字 2？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 扩散

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝在一张无限大的特殊画布上作画。

这张画布可以看成是一个方格图，每个格子可以用一个二维的整数坐标表示。

小蓝在画布上首先点了一下几个点： $(0, 0)$, $(2020, 11)$, $(11, 14)$, $(2000, 2000)$ 。只有这几个格子上有黑色，其它位置都是白色的。

每过一分钟，黑色就会扩散一点。具体的，如果一个格子里面是黑色，它就会扩散到上、下、左、右四个相邻的格子中，使得这四个格子也变成黑色（如果原来就是黑色，则还是黑色）。

请问，经过 2020 分钟后，画布上有多少个格子是黑色的。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 阶乘约数

本题总分：10 分

【问题描述】

定义阶乘 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 。

请问 $100!$ （100 的阶乘）有多少个约数。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 D: 本质上升序列

本题总分: 10 分

【问题描述】

小蓝特别喜欢单调递增的事物。

在一个字符串中, 如果取出若干个字符, 将这些字符按照在字符串中的顺序排列后是单调递增的, 则成为这个字符串中的一个单调递增子序列。

例如, 在字符串 `lanqiao` 中, 如果取出字符 `n` 和 `q`, 则 `nq` 组成一个单调递增子序列。类似的单调递增子序列还有 `lnq`、`i`、`ano` 等等。

小蓝发现, 有些子序列虽然位置不同, 但是字符序列是一样的, 例如取第二个字符和最后一个字符可以取到 `ao`, 取最后两个字符也可以取到 `ao`。小蓝认为他们并没有本质不同。

对于一个字符串, 小蓝想知道, 本质不同的递增子序列有多少个?

例如, 对于字符串 `lanqiao`, 本质不同的递增子序列有 21 个。它们分别是 `l`、`a`、`n`、`q`、`i`、`o`、`ln`、`an`、`lq`、`aq`、`nq`、`ai`、`lo`、`ao`、`no`、`io`、`lnq`、`anq`、`lno`、`ano`、`aio`。

请问对于以下字符串 (共 200 个小写英文字母, 分四行显示): (如果你把以下文字复制到文本文件中, 请务必检查复制的内容是否与文档中的一致。在试题目录下有一个文件 `inc.txt`, 内容与下面的文本相同)

```
tocyjkdzcieoiodfpgcncsrjpbhmugdnojjddhllnofawllbhf  
iadgdcdjstemphmnjihecoapdjrrprqhgccevdarufmliqij  
gihhfgdcmxvicfauachlifhafpdccfseflcdgjncadfcclvfmad  
vrnaaahahndsikzssoywakgnfjjaihtniptwoulxbaeqkqhfwl
```

本质不同的递增子序列有多少个?

【答案提交】

这是一道结果填空的题, 你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数, 在提交答案时只填写这个整数, 填写多余的内容将无法得分。

试题 E: 玩具蛇

本题总分：15 分

【问题描述】

小蓝有一条玩具蛇，一共有 16 节，上面标着数字 1 至 16。每一节都是一个正方形的形状。相邻的两节可以成直线或者成 90 度角。

小蓝还有一个 4×4 的方格子，用于存放玩具蛇，盒子的方格上依次标着字母 A 到 P 共 16 个字母。

小蓝可以折叠自己的玩具蛇放到盒子里面。他发现，有很多种方案可以将玩具蛇放进去。

下图给出了两种方案：

A 1	B 2	C 3	D 4	A 13	B 12	C 11	D 10
E 8	F 7	G 6	H 5	E 14	F 1	G 2	H 9
I 9	J 10	K 11	L 12	I 15	J 4	K 3	L 8
M 16	N 15	O 14	P 13	M 16	N 5	O 6	P 7

请帮小蓝计算一下，总共有多少种不同的方案。如果两个方案中，存在玩具蛇的某一节放在了盒子的不同格子里，则认为不同的方案。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

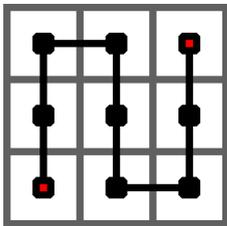
试题 F: 皮亚诺曲线距离

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

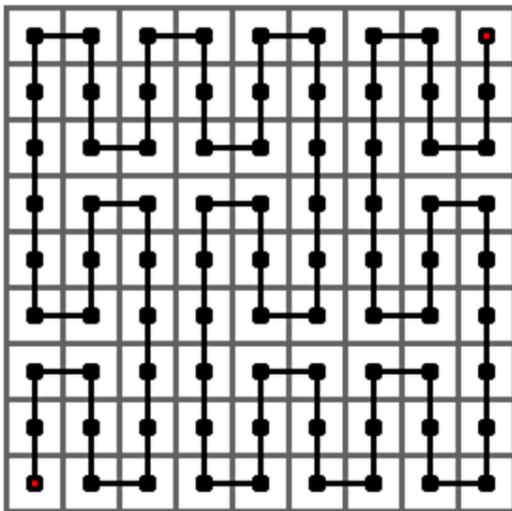
【问题描述】

皮亚诺曲线是一条平面内的曲线。

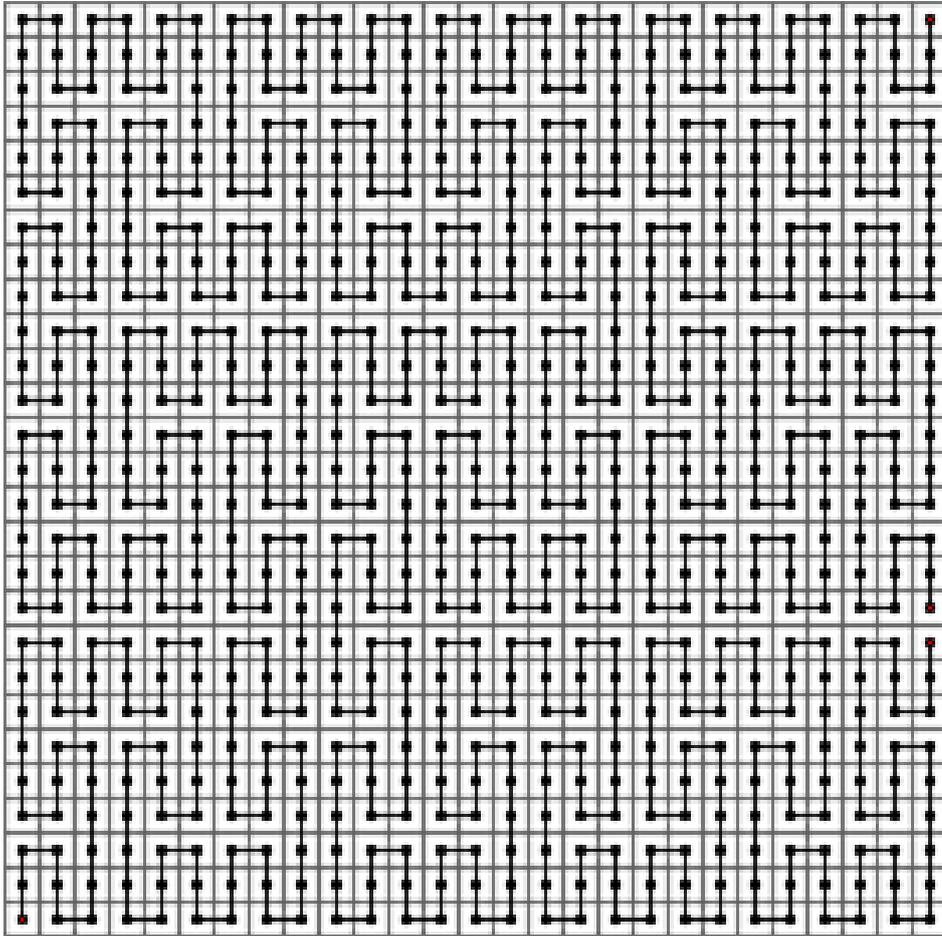
下图给出了皮亚诺曲线的 1 阶情形，它是从左下角出发，经过一个 3×3 的方格中的每一个格子，最终到达右上角的一条曲线。



下图给出了皮亚诺曲线的 2 阶情形，它是经过一个 $3^2 \times 3^2$ 的方格中的每一个格子的一条曲线。它是将 1 阶曲线的每个方格由 1 阶曲线替换而成。



下图给出了皮亚诺曲线的 3 阶情形，它是经过一个 $3^3 \times 3^3$ 的方格中的每一个格子的一条曲线。它是将 2 阶曲线的每个方格由 1 阶曲线替换而成。



皮亚诺曲线总是从左下角开始出发，最终到达右上角。

我们将这些格子放到坐标系中，对于 k 阶皮亚诺曲线，左下角的坐标是 $(0, 0)$ ，右上角坐标是 $(3^k - 1, 3^k - 1)$ ，右下角坐标是 $(3^k - 1, 0)$ ，左上角坐标是 $(0, 3^k - 1)$ 。

给定 k 阶皮亚诺曲线上的两个点的坐标，请问这两个点之间，如果沿着皮亚诺曲线走，距离是到少？

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 k ，皮亚诺曲线的阶数。

第二行包含两个整数 x_1, y_1 ，表示第一个点的坐标。

第三行包含两个整数 x_2, y_2 ，表示第二个点的坐标。

【输出格式】

输出一个整数，表示给定的两个点之间的距离。

【样例输入】

```
1
0 0
2 2
```

【样例输出】

```
8
```

【样例输入】

```
2
0 2
0 3
```

【样例输出】

```
13
```

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $0 \leq k \leq 10$ 。

对于 50% 的评测用例， $0 \leq k \leq 20$ 。

对于所有评测用例， $0 \leq k \leq 100$, $0 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 < 3^k$, $x_1, y_1, x_2, y_2 \leq 10^{18}$ 。
数据保证答案不超过 10^{18} 。

试题 G: 游园安排

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

L 星球游乐园非常有趣,吸引着各个星球的游客前来游玩。小蓝是 L 星球游乐园的管理员。

为了更好的管理游乐园,游乐园要求所有的游客提前预约,小蓝能看到系统上所有预约游客的名字。每个游客的名字由一个大写英文字母开始,后面跟 0 个或多个小写英文字母。游客可能重名。

小蓝特别喜欢递增的事物。今天,他决定在所有预约的游客中,选择一部分游客在上午游玩,其他的游客都在下午游玩,在上午游玩的游客要求按照预约的顺序排列后,名字是单调递增的,即排在前面的名字严格小于排在后面的名字。

一个名字 A 小于另一个名字 B 是指:存在一个整数 i ,使得 A 的前 i 个字母与 B 的前 i 个字母相同,且 A 的第 $i+1$ 个字母小于 B 的第 $i+1$ 个字母。(如果 A 不存在第 $i+1$ 个字母且 B 存在第 $i+1$ 个字母,也视为 A 的第 $i+1$ 个字母小于 B 的第 $i+1$ 个字母)

作为小蓝的助手,你要按照小蓝的想法安排游客,同时你又希望上午有尽量多的游客游玩,请告诉小蓝让哪些游客上午游玩。如果方案有多种,请输出上午游玩的第一个游客名字最小的方案。如果此时还有多种方案,请输出第一个游客名字最小的前提下第二个游客名字最小的方案。如果仍然有多种,依此类推选择第三个、第四个……游客名字最小的方案。

【输入格式】

输入包含一个字符串,按预约的顺序给出所有游客的名字,相邻的游客名字之间没有字符分隔。

【输出格式】

按预约顺序输出上午游玩的游客名单,中间不加任何分隔字符。

【样例输入】

WoAiLanQiaoBei

【样例输出】

AiLanQiao

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测数据，输入的总长度不超过 20 个字母。

对于 50% 的评测数据，输入的总长度不超过 300 个字母。

对于 70% 的评测数据，输入的总长度不超过 10000 个字母。

对于所有评测数据，每个名字的长度不超过 10 个字母，输入的总长度不超过 1000000 个字母。

试题 H: 答疑

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

有 n 位同学同时找老师答疑。每位同学都预先估计了自己答疑的时间。

老师可以安排答疑的顺序，同学们要依次进入老师办公室答疑。

一位同学答疑的过程如下：

1. 首先进入办公室，编号为 i 的同学需要 s_i 毫秒的时间。

2. 然后同学问问题老师解答，编号为 i 的同学需要 a_i 毫秒的时间。

3. 答疑完成后，同学很高兴，会在课程群里面发一条消息，需要的时间可以忽略。

4. 最后同学收拾东西离开办公室，需要 e_i 毫秒的时间。一般需要 10 秒、20 秒或 30 秒，即 e_i 取值为 10000, 20000 或 30000。

一位同学离开办公室后，紧接着下一位同学就可以进入办公室了。

答疑从 0 时刻开始。老师想合理的安排答疑的顺序，使得同学们在课程群里面发消息的时刻之和最小。

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 n ，表示同学的数量。

接下来 n 行，描述每位同学的时间。其中第 i 行包含三个整数 s_i, a_i, e_i ，意义如上所述。

【输出格式】

输出一个整数，表示同学们在课程群里面发消息的时刻之和最小是多少。

【样例输入】

```
3
10000 10000 10000
```

20000 50000 20000

30000 20000 30000

【样例输出】

280000

【样例说明】

按照 1, 3, 2 的顺序答疑, 发消息的时间分别是 20000, 80000, 180000。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例, $1 \leq n \leq 20$ 。

对于 60% 的评测用例, $1 \leq n \leq 200$ 。

对于所有评测用例, $1 \leq n \leq 1000$, $1 \leq s_i \leq 60000$, $1 \leq a_i \leq 1000000$, $e_i \in \{10000, 20000, 30000\}$, 即 e_i 一定是 10000、20000、30000 之一。

试题 I: 出租车

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小蓝在 L 市开出租车。

L 市的规划很规整, 所有的路都是正东西向或者正南北向的, 道路都可以看成直线段。东西向的道路互相平行, 南北向的道路互相平行, 任何一条东西向道路垂直于任何一条南北向道路。

从北到南一共有 n 条东西向道路, 依次标号为 H_1, H_2, \dots, H_n 。从西到东一共有 m 条南北向的道路, 依次标号为 S_1, S_2, \dots, S_m 。

每条道路都有足够长, 每一条东西向道路和每一条南北向道路都相交, H_i 与 S_j 的交叉路口记为 (i, j) 。

从 H_1 和 S_1 的交叉路口 $(1, 1)$ 开始, 向南遇到的路口与 $(1, 1)$ 的距离分别是 h_1, h_2, \dots, h_{n-1} , 向东遇到路口与 $(1, 1)$ 的距离分别是 w_1, w_2, \dots, w_{m-1} 。

道路在每个路口都有一个红绿灯。

时刻 0 的时候, 南北向绿灯亮, 东西向红灯亮, 南北向的绿灯会持续一段时间 (每个路口不同), 然后南北向变成红灯, 东西向变成绿灯, 持续一段时间后, 再变成南北向绿灯, 东西向红灯。

已知路口 (i, j) 的南北向绿灯每次持续的时间为 g_{ij} , 东西向的绿灯每次持续的时间为 r_{ij} , 红绿灯的变换时间忽略。

当一辆车走到路口时, 如果是绿灯, 可以直行、左转或右转。如果是红灯, 可以右转, 不能直行或左转。如果到路口的时候刚好由红灯变为绿灯, 则视为看到绿灯, 如果刚好由绿灯变为红灯, 则视为看到红灯。

每段道路都是双向道路, 道路中间有隔离栏杆, 在道路中间不能掉头, 只能在红绿灯路口掉头。掉头时不管是红灯还是绿灯都可以直接掉头。掉头的时间可以忽略。

小蓝时刻 0 从家出发。今天, 他接到了 q 个预约的订单, 他打算按照订单的顺序依次完成这些订单, 就回家休息。中途小蓝不准备再拉其他乘客。

小蓝的家在两个路口的中点，小蓝喜欢用 x_1, y_1, x_2, y_2 来表示自己家的位置，即路口 (x_1, y_1) 到路口 (x_2, y_2) 之间的道路中点的右侧，保证两个路口相邻（中间没有其他路口）。请注意当两个路口交换位置时，表达的是路的不同两边，路中间有栏杆，因此这两个位置实际要走比较远才能到达。

小蓝的订单也是从某两个路口间的中点出发，到某两个路口间的中点结束。小蓝必须按照给定的顺序处理订单，而且一个时刻只能处理一个订单，不能图省时间而同时接两位乘客，也不能插队完成后面的订单。

小蓝只对 L 市比较熟，因此他只会给定的 n 条东西向道路和 m 条南北向道路上行驶，而且不会驶出 H_1, H_n, S_1, S_m 这几条道路所确定的矩形区域（可以到边界）。

小蓝行车速度一直为 1，乘客上下车的时间忽略不计。

请问，小蓝最早什么时候能完成所有订单回到家。

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 n, m ，表示东西向道路的数量和南北向道路的数量。

第二行包含 $n - 1$ 个整数 h_1, h_2, \dots, h_{n-1} 。

第三行包含 $m - 1$ 个整数 w_1, w_2, \dots, w_{m-1} 。

接下来 n 行，每行 m 个整数，描述每个路口南北向绿灯的时间，其中的第 i 行第 j 列表示 g_{ij} 。

接下来 n 行，每行 m 个整数，描述每个路口东西向绿灯的时间，其中的第 i 行第 j 列表示 r_{ij} 。

接下来一行包含四个整数 x_1, y_1, x_2, y_2 ，表示小蓝家的位置在路口 (x_1, y_1) 到路口 (x_2, y_2) 之间的道路中点的右侧。

接下来一行包含一个整数 q ，表示订单数量。

接下来 q 行，每行描述一个订单，其中第 i 行包含八个整数 $x_{i1}, y_{i1}, x_{i2}, y_{i2}, x_{i3}, y_{i3}, x_{i4}, y_{i4}$ ，表示第 i 个订单的起点为路口 (x_{i1}, y_{i1}) 到路口 (x_{i2}, y_{i2}) 之间的道路中点的右侧，第 i 个订单的终点为路口 (x_{i3}, y_{i3}) 到路口 (x_{i4}, y_{i4}) 之间的道路中点的右侧。

【输出格式】

输出一个实数，表示小蓝完成所有订单最后回到家的最早时刻。四舍五入保留一位小数。

【样例输入】

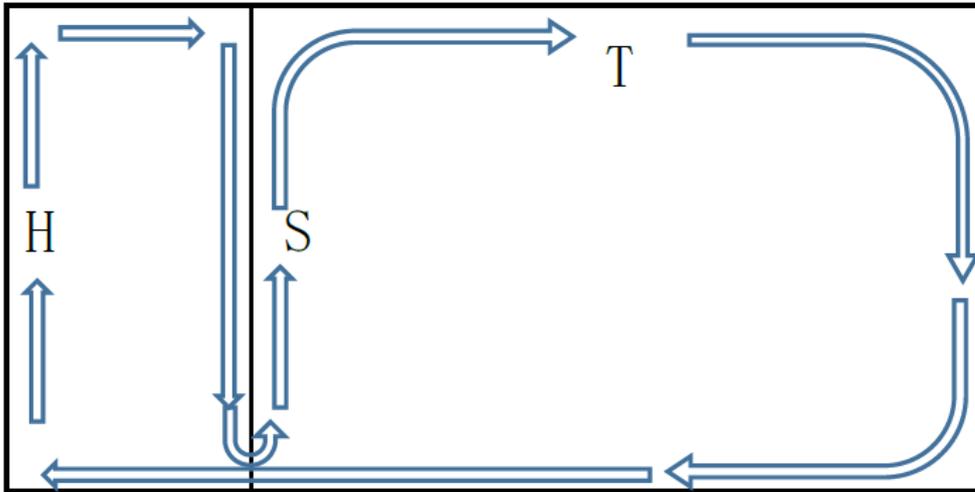
```
2 3
200
100 400
10 20 10
20 40 30
20 20 20
20 20 20
2 1 1 1
1
2 2 1 2 1 2 1 3
```

【样例输出】

```
1620.0
```

【样例说明】

小蓝有一个订单，他的行车路线如下图所示。其中 H 表示他家的位置，S 表示订单的起点，T 表示订单的终点。小明在最后回家时要在直行的红绿灯路口等绿灯，等待时间为 20。



【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 5$ ， $1 \leq q \leq 10$ 。

对于 50% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 30$ ， $1 \leq q \leq 30$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 100$ ， $1 \leq q \leq 30$ ， $1 \leq h_1 < h_2 < \dots < h_{n-1} \leq 100000$ ， $1 \leq w_1 < w_2 < \dots < w_{m-1} \leq 100000$ ， $1 \leq g_{ij} \leq 1000$ ， $1 \leq r_{ij} \leq 1000$ ，给定的路口一定合法。

试题 J: 质数行者

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小蓝在玩一个叫质数行者的游戏。

游戏在一个 $n \times m \times w$ 的立体方格图上进行, 从北到南依次标号为第 1 行到第 n 行, 从西到东依次标号为第 1 列到第 m 列, 从下到上依次标号为第 1 层到第 w 层。

小蓝要控制自己的角色从第 1 行第 1 列第 1 层移动到第 n 行第 m 列第 w 层。每一步, 他可以向东走质数格、向南走质数格或者向上走质数格。每走到一个位置, 小蓝的角色要稍作停留。

在游戏中有两个陷阱, 分别为第 r_1 行第 c_1 列第 h_1 层和第 r_2 行第 c_2 列第 h_2 层。这两个陷阱的位置可以跨过, 但不能停留。也就是说, 小蓝不能控制角色某一步正好走到陷阱上, 但是某一步中间跨过了陷阱是允许的。

小蓝最近比较清闲, 因此他想用不同的走法来完成这个游戏。所谓两个走法不同, 是指小蓝稍作停留的位置集合不同。

请帮小蓝计算一下, 他总共有多少种不同的走法。

提示: 请注意内存限制, 如果你的程序运行时超过内存限制将不得分。

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 n, m, w , 表示方格图的大小。

第二行包含 6 个整数, $r_1, c_1, h_1, r_2, c_2, h_2$, 表示陷阱的位置。

【输出格式】

输出一行, 包含一个整数, 表示走法的数量。答案可能非常大, 请输出答案除以 1000000007 的余数。

【样例输入】

```
5 6 1
3 4 1 1 2 1
```

【样例输出】

```
11
```

【样例说明】

用 (r, c, h) 表示第 r 行第 c 列第 h 层，可能的走法有以下几种：

1. $(1, 1, 1) - (1, 3, 1) - (1, 6, 1) - (3, 6, 1) - (5, 6, 1)$ 。
2. $(1, 1, 1) - (1, 3, 1) - (3, 3, 1) - (3, 6, 1) - (5, 6, 1)$ 。
3. $(1, 1, 1) - (1, 3, 1) - (3, 3, 1) - (5, 3, 1) - (5, 6, 1)$ 。
4. $(1, 1, 1) - (3, 1, 1) - (3, 3, 1) - (3, 6, 1) - (5, 6, 1)$ 。
5. $(1, 1, 1) - (3, 1, 1) - (3, 3, 1) - (5, 3, 1) - (5, 6, 1)$ 。
6. $(1, 1, 1) - (3, 1, 1) - (5, 1, 1) - (5, 3, 1) - (5, 6, 1)$ 。
7. $(1, 1, 1) - (3, 1, 1) - (5, 1, 1) - (5, 4, 1) - (5, 6, 1)$ 。
8. $(1, 1, 1) - (1, 4, 1) - (1, 6, 1) - (3, 6, 1) - (5, 6, 1)$ 。
9. $(1, 1, 1) - (1, 6, 1) - (3, 6, 1) - (5, 6, 1)$ 。
10. $(1, 1, 1) - (3, 1, 1) - (3, 6, 1) - (5, 6, 1)$ 。
11. $(1, 1, 1) - (3, 1, 1) - (5, 1, 1) - (5, 6, 1)$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例 $1 \leq n, m, w \leq 50$ 。

对于 60% 的评测用例 $1 \leq n, m, w \leq 300$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n, m, w \leq 1000$ ， $1 \leq r_1, r_2 \leq n$ ， $1 \leq c_1, c_2 \leq m$ ， $1 \leq h_1, h_2 \leq w$ ，陷阱不在起点或终点，两个陷阱不同。